

Equilibrio rotacional: Una cuestión de balance

Proporcionado por TryEngineering, www.tryengineering.org

Enfoque de la lección

Demostrar el concepto de equilibrio rotacional. Nota: El plan de esta lección está diseñado sólo para impartirse en la sala de clases, bajo la supervisión de un maestro familiarizado con conceptos eléctricos y electrónicos.

Sinopsis de la lección

La actividad "Equilibrio rotacional" estimula a que los estudiantes exploren los conceptos básicos del equilibrio rotacional. Los estudiantes trabajan en equipos para calcular y determinar la fuerza en un diseño móvil, y luego los grupos comparan los resultados y discuten los hallazgos.

Niveles etéreos

14-18.

Objetivos

- ◆ Aprender sobre los conceptos básicos del equilibrio rotacional.
- ◆ Resolver operaciones algebraicas sencillas.
- ◆ Aplicar técnicas de gráficos.
- ◆ Aprender a hacer predicciones y extraer conclusiones.
- ◆ Aprender sobre el trabajo en equipo y en grupos.

Resultados de aprendizaje

Como resultado de esta actividad, los estudiantes deben lograr la comprensión de:

- ◆ equilibrio rotacional
- ◆ ecuaciones algebraicas básicas
- ◆ gráficos
- ◆ hacer y probar predicciones
- ◆ trabajo en equipo

Equilibrio rotacional: Una cuestión de balance

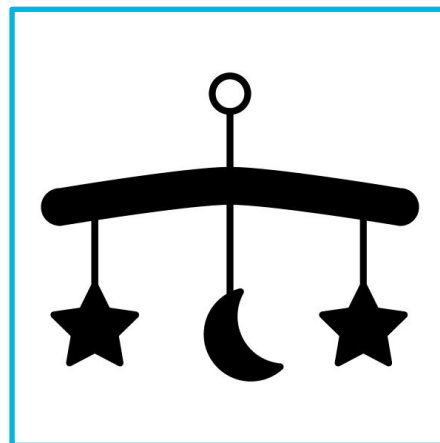
Desarrollado por IEEE como parte de TryEngineering www.tryengineering.org

© 2018 IEEE – All rights reserved.

Use of this material signifies your agreement to the [IEEE Terms and Conditions](#).

Actividades de la lección

Los estudiantes construyen y prueban un móvil para explorar los principios del equilibrio rotacional. Hacen predicciones sobre la fuerza en cada uno de los tres niveles del móvil, trabajan en equipos para construir y probar sus predicciones, analizan resultados y comparan los resultados de los equipos con los de la clase. Diseñar el móvil requiere que los estudiantes resuelvan un grupo de dos ecuaciones algebraicas lineales. Los estudiantes resuelven las ecuaciones usando tres métodos distintos: por sustitución, graficando las ecuaciones y encontrando la intersección, y usando determinantes.



Información/materiales

- ◆ Documentos informativos para el maestro (adjuntos)
- ◆ Hoja de trabajo para el estudiante (adjunta)
- ◆ Hoja de información para el estudiante (adjunta)

Concordancia con los programas escolares

Consulte la hoja adjunta sobre concordancia con el programa escolar.

Conexiones en Internet

- ◆ TryEngineering (www.tryengineering.org)
- ◆ Alexander Calder Foundation [Fundación Alexander Calder] (www.calder.org)
- ◆ IEEE Virtual Museum [Museo virtual del IEEE] (www.ieee-virtual-museum.org)
- ◆ Normas de ITEA para la documentación tecnológica: Contenido para el estudio de la tecnología (www.itea.org/TAA/Publications/STL/STLMainPage.htm)
- ◆ Compendio McREL de normas e hitos (www.mcrel.org/standards-benchmarks) Un compilado de normas sobre contenido para programas escolares de K a 12º grado en formatos de búsqueda y navegación.
- ◆ Principios y Normas para las Matemáticas Escolares elaboradas por el National Council of Teachers of Mathematics (Consejo Nacional de Maestros de Matemáticas) (www.nctm.org/standards)
- ◆ Información sobre mediciones e incertidumbre sobre mediciones, del National Institute of Standards and Technology (NIST) [Instituto Nacional de Normas y Tecnología] (www.nist.gov).
- ◆ Normas Nacionales de Educación Científica (www.nsta.org/standards)

Equilibrio rotacional: Una cuestión de balance

Desarrollado por IEEE como parte de TryEngineering www.tryengineering.org

© 2018 IEEE – All rights reserved.

Use of this material signifies your agreement to the [IEEE Terms and Conditions](#).

Lectura recomendada

- ◇ 3,000 Solved Problems in Physics (3,000 Problemas Resueltos en Física) de Alvin Halpern (McGraw-Hill Trade, ISBN: 0070257345)
- ◇ Alexander Calder and His Magical Mobiles (Alexander Calder y sus Móviles Mágicos) de Jean Lipman y Margaret Aspinwall (Hudson Hills Press, ISBN: 0933920172)
- ◇ Exploring the Fine Art of Mobiles (Explorar las Bellas Artes de los Móviles) de Timothy Rose (Chronicle Books LLC, ISBN: 0811825639)
- ◇ The Essential Alexander Calder (La Esencia de Alexander Calder) de Howard Greenfeld (Harry N Abrams, ISBN: 0810958341)

Actividad opcional de redacción

- ◇ Escribe un ensayo (o párrafo dependiendo de la edad) sobre cómo Alexander Calder (1898-1976) aplicó los conceptos del equilibrio rotacional a sus móviles artísticos. Calder fue un artista moderno conocido por sus esculturas y móviles a gran escala. Un buen ejemplo de un móvil de Calder se puede encontrar en el aeropuerto internacional John F. Kennedy, de Nueva York. También se pueden encontrar muchas obras y demás recursos de Calder en la Galería Nacional de Arte (www.nga.gov).

Referencias

Ralph D. Painter
Sección del IEEE de la Costa Oeste de Florida, EE.UU.
URL: <http://ewh.ieee.org/r3/floridawc>

Equilibrio rotacional: Una cuestión de balance

Para los maestros: Concordancia con los programas de estudio

Nota: Todos los planes de las lecciones de esta serie cumplen con las Normas nacionales de educación científica, formuladas por el Consejo Nacional de Investigación (National Research Council) y avaladas por la Asociación Nacional de Maestros de Ciencias (National Science Teachers Association) y, si corresponde, también con las Normas para la competencia tecnológica de la Asociación Internacional de Educación Tecnológica (International Technology Education Association) o los Principios y normas de las matemáticas escolares del Consejo Nacional de Maestros de Matemáticas (National Council of Teachers of Mathematics).

+Normas Nacionales de Educación Científica de 5^o a 8^o grado (edades de 10 a 14 años)

NORMA A SOBRE CONTENIDOS: La ciencia como método de indagación

Como resultado de las actividades, todos los estudiantes deben desarrollar:

- ◆ Habilidades necesarias para realizar indagaciones científicas
- ◆ Comprensión de la indagación científica

NORMA B SOBRE CONTENIDOS: Ciencias físicas

Como resultado de sus actividades, todos los estudiantes deben lograr una comprensión de:

- ◆ Movimientos y fuerzas
- ◆ Transferencia de energía

+Normas Nacionales de Educación Científica de 9^o a 12^o grado (edades de 14 a 18 años)

NORMA A SOBRE CONTENIDOS: La ciencia como método de indagación

Como resultado de las actividades, todos los estudiantes deben desarrollar:

- ◆ Habilidades necesarias para realizar indagaciones científicas
- ◆ Comprensión de la indagación científica

NORMA B SOBRE CONTENIDOS: Ciencias físicas

Como resultado de sus actividades, todos los estudiantes deben lograr una comprensión de:

- ◆ Movimientos y fuerzas
- ◆ Conservación de la energía y aumento en el desorden
- ◆ Interacciones de la energía y la materia



*Para los maestros:
Concordancia con los programas de estudio*

**+Principios y Normas para las Matemáticas
Escolares (edades de 6 a 18 años)**

Normas sobre análisis de datos y probabilidades

- ◆ formulen preguntas que se puedan abordar con datos y recopilar, organizar y mostrar los datos pertinentes para responderlas.
- ◆ desarrollar y evaluar inferencias y predicciones que se basen en datos.

Normas algebraicas

- ◆ Comprender patrones, relaciones y funciones
- ◆ Representar y analizar situaciones matemáticas y estructuras que usen símbolos algebraicos
- ◆ Usar modelos matemáticos para representar y comprender relaciones cuantitativas
- ◆ Analizar el cambio en diversos contextos

**+Normas para la Documentación Tecnológica - Todas las edades
Diseño**

- ◆ Norma 10: Los estudiantes desarrollarán una comprensión del papel del diagnóstico de problemas, búsqueda y desarrollo, invención, innovación y experimentación en la solución de problemas.

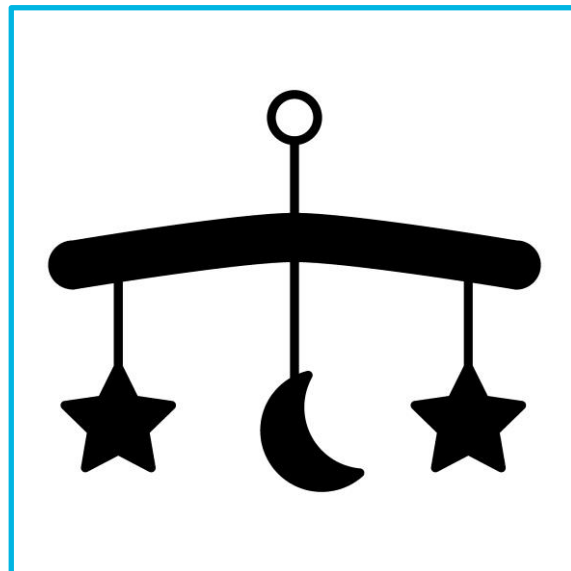
Equilibrio rotacional: Una cuestión de balance

Para los maestros: Hojas informativas para maestros

◆Materiale

S

- Guía de información y Hoja de trabajo para el estudiante
- Varillas livianas de 1/4 x 1/4 y 36 pulgadas, una por móvil.
- Monedas u objetos similares de peso uniforme, ocho por móvil.
- Hilo de coser o cuerda ligera.
- Material sobre el cual instalar las monedas: por ej., papel lustre, cartón o cartulina.
- Plumón.
- Cinta de celofán o pegamento.
- Tijeras.
- Regla marcada en milímetros y centímetros o una vara medidora.



◆Revisión de temas

Fuerzas, torsiones, vectores, diagramas de cuerpos libres, equilibrio rotacional, equilibrio traslacional, equilibrio estático, ecuaciones simultáneas, soluciones gráficas, solución por sustitución, solución por determinantes, arte dinámico.

◆Procedimient

O

1. Revise los temas con la clase antes de la actividad.
2. Entréguele las Hojas de referencia a cada estudiante. (Nota: éstas se podrían distribuir como material de lectura para la casa antes de la actividad en clase).
3. Cree un móvil para mostrarlo en la clase.
4. Divida a los estudiantes en pequeños grupos de 3 ó 4.
5. Entréguele a cada grupo la lista de materiales antedicha y la Hoja de trabajo para el estudiante.
6. Indíquele a los grupos de estudiantes que vaticinen la fuerza total, F , y las posiciones de los puntos de equilibrio.
7. Los equipos construyen el móvil y ajustan los puntos de suspensión hasta que el móvil quede balanceado.
8. Los equipos de estudiantes registran el resultado real, midiendo y anotando en la tabla los valores reales de las dimensiones X_1 , Y_1 , X_2 , Y_2 , X_3 e Y_3 . (ver la Hoja

Equilibrio rotacional: Una cuestión de balance

Desarrollado por IEEE como parte de TryEngineering www.tryengineering.org

© 2018 IEEE – All rights reserved.

Use of this material signifies your agreement to the [IEEE Terms and Conditions](#).

de

trabajo para el estudiante)

9. Los grupos de estudiantes comparan los valores reales con los vaticinados de las dimensiones X_1 , Y_1 , X_2 , Y_2 , X_3 e Y_3 .

10. Los resultados se dejarán registrados en la Hoja de trabajo para el estudiante y se compartirán con el grupo.

◆ **Tiempo necesario**

Dos sesiones de clase

◆ **Sugerencias**

- Entréguele la hoja de información y la Hoja de trabajo a los estudiantes para que la revisen la noche anterior a la lección que se efectuará en clase.

Equilibrio rotacional: Una cuestión de balance

Desarrollado por IEEE como parte de TryEngineering www.tryengineering.org

© 2018 IEEE – All rights reserved.

Use of this material signifies your agreement to the [IEEE Terms and Conditions](#).

Página 7 de 27



Equilibrio rotacional: Una cuestión de balance

Para los maestros:**Hojas informativas para maestros:****◆ Opciones de adaptación para la lección**

La lección de equilibrio rotacional se puede modificar fácilmente para satisfacer las necesidades de diversos estudiantes. Por ejemplo, tres métodos: se sugieren los gráficos, la sustitución y determinantes para resolver la serie de ecuaciones que predicen el punto de balance para cada nivel. La razón para resolver el problema por más de un método es demostrar que se puede emplear una variedad de métodos para resolver un problema determinado y que todos ellos son válidos y producen respuestas similares. Sin embargo, tiene toda la libertad de usar la lección para demostrar cualesquiera de los métodos que mejor coincidan con lo que esté enseñando en ese momento, o que sean aptos para el nivel de sus estudiantes.

Si fuese necesario por falta de tiempo, se puede omitir la segunda parte de la actividad, que involucra reconstruir los móviles con pesos de dos monedas para estudiar el efecto que tienen los objetos más pesados en las diferencias entre los puntos de equilibrio vaticinados y los reales.

◆ Otras consideraciones

El análisis presentado en la lección ignora los pesos de las varillas horizontales de las cuales penden los pesos. El enfoque es válido hasta al punto en que la torsión producida por el peso balanceado de las varillas es insignificante comparada con la torsión producida por el peso de las monedas y los recortes de cartón. Hacer los recortes de cartón más pesados poniéndole a cada uno dos monedas en vez de una sola debiera hacer menos notorio el peso de las varillas. Para el nivel uno, el punto de balance está al centro de las varillas; por lo tanto el peso de éstas no tiene efecto. Sin embargo, para los niveles dos y tres, los puntos de equilibrio reales estarán más próximos a los puntos de equilibrio vaticinados cuando se apliquen pesos mayores a los recortes de cartón.

Equilibrio rotacional: Una cuestión de balance

Hojas informativas para maestros: Conceptos y definiciones

◆ ¿Qué es un móvil?

Un "móvil" es un término acuñado en 1932 por Marcel Duchamp para describir los primeros trabajos de Alexander Calder. A comienzos de la década de 1930, Calder experimentó con esculturas que ondulaban por sí solas con las corrientes de aire. De niño, Calder construía juguetes tridimensionales de alambre. Obtuvo el título de Ingeniero Mecánico en 1919 y comenzó a aplicar la ingeniería y principios físicos a sus obras de arte. Desde un principio procuró crear esculturas colgantes de alambre y metal que posteriormente se conocieron como móviles. El movimiento resultante y el desafío al balance le agregaron una cuota de interés a su trabajo. Ahora los móviles se usan como arte decorativo en todo el mundo, y se hacen de diversos materiales. Un uso actual muy común para los móviles es estimular a los bebés en sus cunas.

◆ ¿Qué es el equilibrio rotacional?

Cuando hay un objeto en equilibrio, no hay una tendencia neta a que se mueva o cambie. Cuando no hay una fuerza neta que actúe para hacer que un objeto se mueva en línea recta, se dice que el objeto está en "equilibrio traslacional". Cuando no hay fuerza neta que actúe para hacer que un objeto gire (es decir, no hay torsión), se considera que está en "equilibrio rotacional". Se dice que un objeto en equilibrio en reposo está en equilibrio estático. Sin embargo, un estado de equilibrio no significa que no haya fuerzas que actúen en el cuerpo, significa que las fuerzas están balanceadas.

◆ Otros términos

Fuerza: Una fuerza es una influencia física que produce un cambio en un estado físico. La fuerza es igual a la masa multiplicada por la aceleración. Una fuerza también se puede definir como el empuje o el tiro.

Torsión: Una fuerza que tiende a producir rotación. La torsión equivale a la fuerza multiplicada por la distancia desde la fuerza al centro de rotación.

Equilibrio traslacional: El equilibrio traslacional implica que la suma de todas las fuerzas externas aplicadas a un objeto es cero.

Equilibrio: Un objeto en equilibrio no tiene fuerza resultante que actúe sobre él. Para que un objeto esté en estado de equilibrio debe estar tanto en estado de equilibrio traslacional como rotacional, en que la suma de todas las torsiones equivale a cero.

Equilibrio estático: El equilibrio estático existe cuando las fuerzas de todos los componentes de un sistema están balanceadas.

Vectores: Un vector es una cantidad que tiene dos aspectos. Tiene tamaño o magnitud, y además tiene dirección. Los vectores normalmente se dibujan como flechas. Tanto la fuerza como la torsión son cantidades vectoriales.

Equilibrio rotacional: Una cuestión de balance

Desarrollado por IEEE como parte de TryEngineering www.tryengineering.org

© 2018 IEEE – All rights reserved.

Use of this material signifies your agreement to the [IEEE Terms and Conditions](#).

Diagramas de cuerpos libres: Un diagrama de cuerpo libre es una herramienta para calcular la fuerza neta en un objeto. Es un diagrama que muestra todas las fuerzas que actúan en un objeto.

Ecuaciones simultáneas: Las ecuaciones simultáneas son grupos de ecuaciones que contienen las mismas variables. Cada solución del grupo de ecuaciones debe también resolver simultáneamente cada una de las ecuaciones del grupo.

Equilibrio rotacional: Una cuestión de balance

Desarrollado por IEEE como parte de TryEngineering www.tryengineering.org

© 2018 IEEE – All rights reserved.

Use of this material signifies your agreement to the [IEEE Terms and Conditions](#).

Página 10 de 27



Equilibrio rotacional: Una cuestión de balance

Hojas informativas para maestros: Conceptos y definiciones (continuación)

Soluciones gráficas: Un método para encontrar las soluciones de un grupo de ecuaciones simultáneas que implica diagramar en un gráfico común las curvas que representan las ecuaciones en el grupo y observando los puntos que son comunes a todas las ecuaciones. Las coordenadas de estos puntos comunes o intersecciones son las soluciones del grupo de ecuaciones.

Solución por sustitución: Un método para encontrar las soluciones de un grupo de ecuaciones simultáneas usando una de las ecuaciones del grupo para definir una variable determinada en términos de todas las demás variables, y luego sustituyéndola dentro de otra ecuación del grupo. Tras una serie de tales sustituciones se obtiene una expresión que da el o los valores que satisfacen al grupo de ecuaciones para una de las variables. Dichos valores reales son sustituidos nuevamente por una o más de las ecuaciones para determinar el o los valores que satisfagan al grupo de ecuaciones para las variables restantes.

Solución por determinantes: Un método para determinar las soluciones de un grupo de ecuaciones simultáneas escribiéndolas de manera estándar y luego aplicando la fórmula de solución por determinantes. Para esta lección, las ecuaciones sólo tienen dos variables, X e Y. La forma estándar de la ecuación es:

$$\begin{aligned} a_1X + b_1Y &= c_1 \\ a_2X + b_2Y &= c_2 \end{aligned}$$

La fórmula para la solución por determinantes es:

$$X = \frac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} \quad Y = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}$$

Arte dinámico: Son obras de arte, generalmente esculturas, dotadas de elementos que se mueven. El movimiento es a veces causado por el viento, como en el caso de los carillones y pequeños móviles, o bien las obras pueden ser accionadas por fuentes como motores eléctricos, resortes y otros mecanismos.

Equilibrio rotacional: Una cuestión de balance

Desarrollado por IEEE como parte de TryEngineering www.tryengineering.org

© 2018 IEEE – All rights reserved.

Use of this material signifies your agreement to the [IEEE Terms and Conditions](#).



Equilibrio rotacional: Una cuestión de balance

Hojas informativas para maestrosClave de respuestas

◆ Nivel 1

Sumar las torsiones alrededor del punto de suspensión da una relación (o ecuación) que se debe satisfacer:

$$\text{Ec. (a)} \quad W X_1 = W Y_1, \text{ por lo tanto } Y_1 = X_1.$$

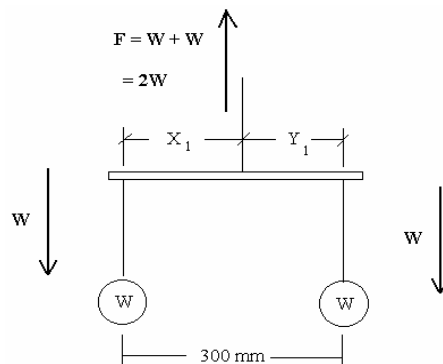
Las dimensiones del móvil sientan la base de una segunda relación entre X_1 e Y_1 que se debe satisfacer:

$$\text{Ec. (b)} \quad X_1 + Y_1 = 300\text{mm}.$$

El grupo de ecuaciones se puede resolver sustituyendo la ecuación (a) en la ecuación (b):

$X_1 + X_1 = 300 \text{ mm}$; por lo tanto, $2X_1 = 300 \text{ mm}$ de modo que $X_1 = 150 \text{ mm}$ e $Y_1 = 150 \text{ mm}$.

Al sumar las fuerzas verticales, se obtiene: $F = W + W = 2W$.



Alternativamente, la ecuación (a) se puede escribir de manera estándar (la ecuación (b) ya está en forma estándar) para permitir una solución por determinantes.

$$\text{La ec. (a) se convierte en: } X_1 - Y_1 = 0 \text{ mm} \quad \text{Ec. (b):}$$

$$X_1 + Y_1 = 300\text{mm}$$

$$X_1 = \frac{\begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 300\text{mm} & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{300\text{mm}}{2} = 150\text{mm} \quad Y_1 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 0\text{mm} \\ 1 & 300\text{mm} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{300\text{mm}}{2} = 150\text{mm}$$

Equilibrio rotacional: Una cuestión de balance

Desarrollado por IEEE como parte de TryEngineering www.tryengineering.org

© 2018 IEEE - All rights reserved.

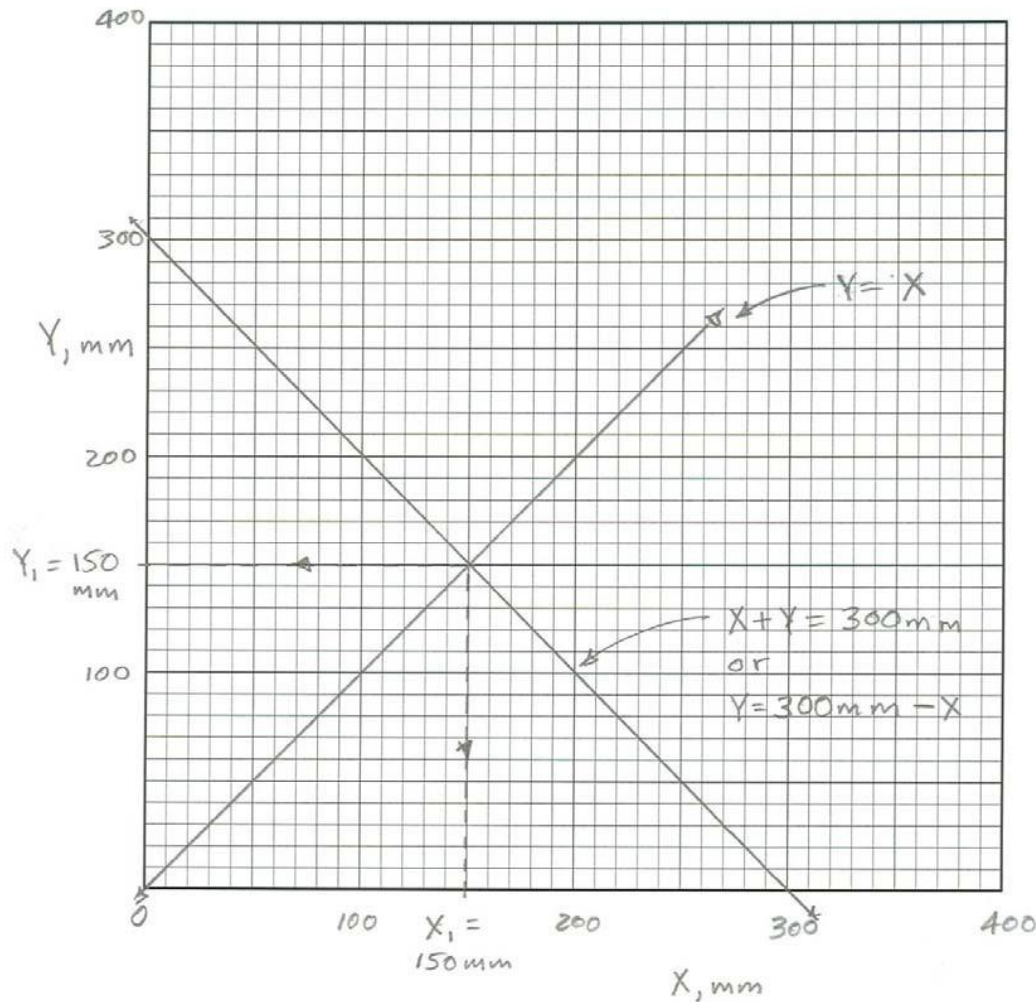
Use of this material signifies your agreement to the [IEEE Terms and Conditions](#).



Equilibrio rotacional: Una cuestión de balance

Hojas informativas para maestrosClave de respuestas (continuación)

◆ Solución gráfica para el nivel 1



Graphical solution for level 1.

Equilibrio rotacional: Una cuestión de balance

Desarrollado por IEEE como parte de TryEngineering www.tryengineering.org

© 2018 IEEE - All rights reserved.

Use of this material signifies your agreement to the [IEEE Terms and Conditions](#).



Equilibrio rotacional: Una cuestión de balance

Para maestros:
Hojas informativas para maestros
Ciave de respuestas

◆ Nivel 2

Sumar las torsiones alrededor del punto de suspensión da una relación (o ecuación) que se debe satisfacer:

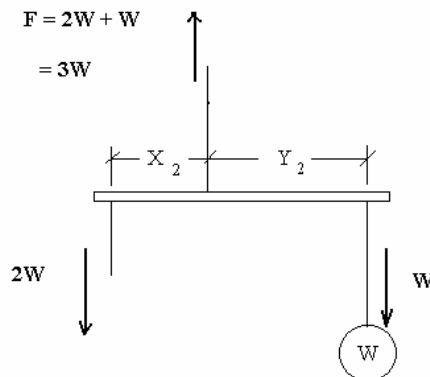
$$\text{Ec. (c)} \quad 2W X_2 = W Y_2, \text{ por lo tanto } Y_2 = 2X_2.$$

Las dimensiones del móvil sientan la base de una segunda relación entre X_2 e Y_2 que se debe satisfacer:

$$\text{Ec. (d)} \quad X_2 + Y_2 = 300\text{mm}.$$

El grupo de ecuaciones se puede resolver sustituyendo la ecuación (c) en la ecuación (d): $X_2 + 2X_2 = 300 \text{ mm}$; por lo tanto, $3X_2 = 300 \text{ mm}$ de modo que $X_2 = 100 \text{ mm}$ e $Y_2 = 200 \text{ mm}$.

Al sumar las fuerzas verticales, se obtiene: $F = 2W + W = 3W$.



Alternativamente, la ecuación (c) se puede escribir de manera estándar (la ecuación (d) ya está en forma estándar) para permitir una solución por determinantes.

La ec. (c) se convierte en: $2X_2 - Y_2 = 0 \text{ mm}$. Ec.

(d) $X_2 + Y_2 = 300\text{mm}$.

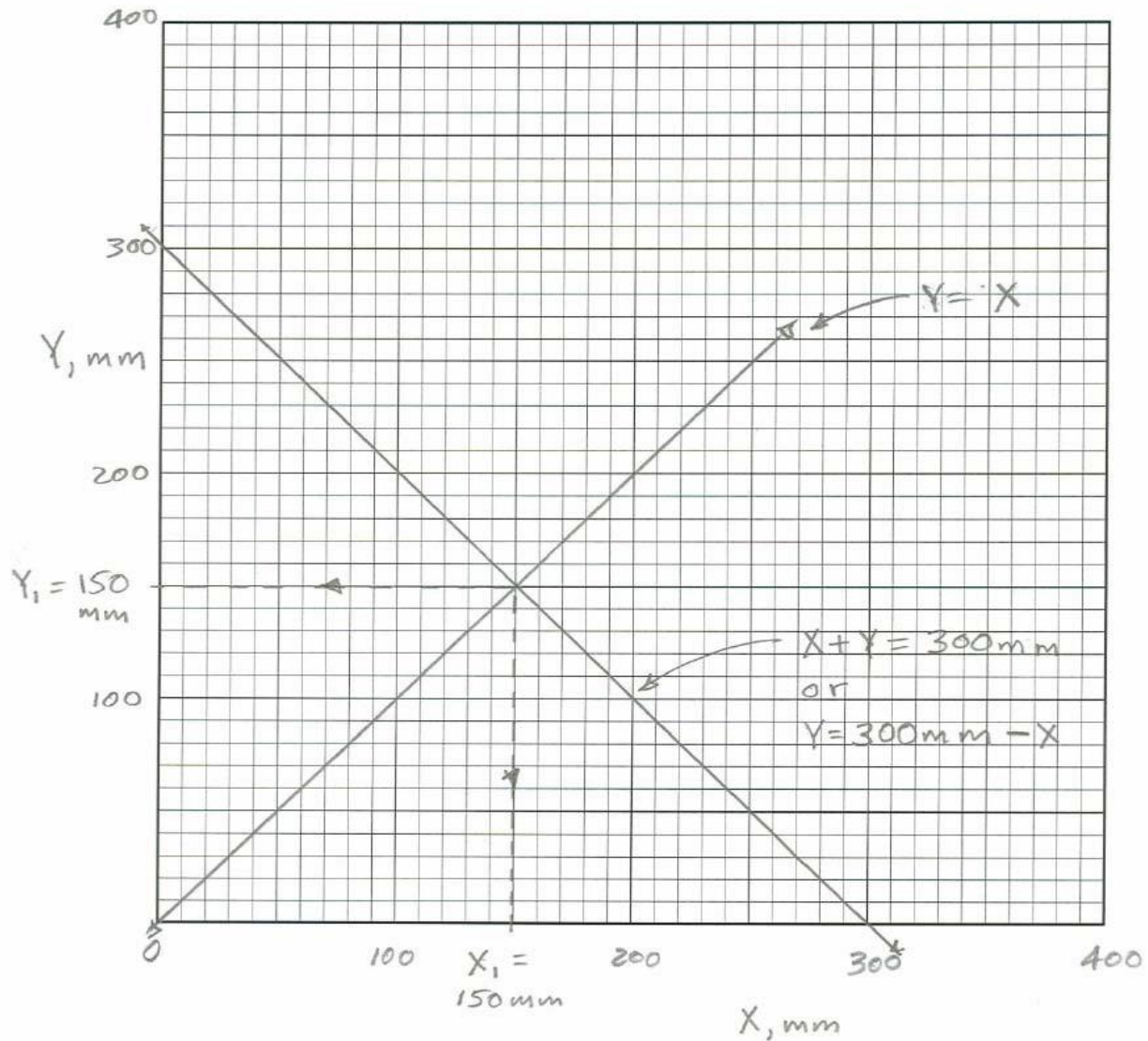
$$X_2 = \frac{\begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 300\text{mm} & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{300\text{mm}}{3} = 100\text{mm} \quad Y_2 = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 0\text{mm} \\ 1 & 300\text{mm} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{600\text{mm}}{3} = 200\text{mm}$$

Equilibrio rotacional: Una cuestión de balance



Equilibrio rotacional: Una cuestión de balance

Para maestros:
Hojas informativas para maestros
Clave de respuestas (continuación)
◆ Solución gráfica para el nivel 2



Solución gráfica para el nivel 1

Equilibrio rotacional: Una cuestión de balance

Desarrollado por IEEE como parte de TryEngineering www.tryengineering.org

© 2018 IEEE - All rights reserved.

Use of this material signifies your agreement to the [IEEE Terms and Conditions](#).



Equilibrio rotacional: Una cuestión de balance



**Para maestros:
Hojas informativas para maestros
Ciclo de respuestas**

◆ Nivel 3

Sumar las torsiones alrededor del punto de suspensión da una relación (o ecuación) que se debe satisfacer:

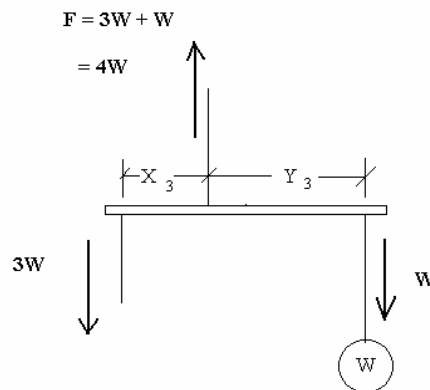
Ec. (e) $3W X_3 = W Y_3$, por lo tanto $Y_3 = 3X_3$.

Las dimensiones del móvil sientan la base de una segunda relación entre X_3 e Y_3 que se debe satisfacer:

Ec. (f) $X_3 + Y_3 = 300\text{mm}$.

El grupo de ecuaciones se puede resolver sustituyendo la ecuación (e) en la ecuación (f):

$X_3 + 3X_3 = 300\text{ mm}$; por lo tanto, $4X_3 = 300\text{ mm}$ de modo que $X_3 = 75\text{ mm}$ e $Y_3 = 225\text{ mm}$. Al sumar las fuerzas verticales, se obtiene: $F = 3W + W = 4W$.



Alternativamente, la ecuación (e) se puede escribir de manera estándar (la ecuación (f) ya está en forma estándar) para permitir una solución por determinantes.

La ec. (e) se convierte en: $3X_3 - Y_3 = 0\text{ mm}$. Ec.

(f): $X_3 + Y_3 = 300\text{mm}$.

$$X_3 = \frac{\begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 300\text{mm} & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{300\text{mm}}{4} = 75\text{mm}$$

$$Y_3 = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 0\text{mm} \\ 1 & 300\text{mm} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{900\text{mm}}{4} = 225\text{mm}$$

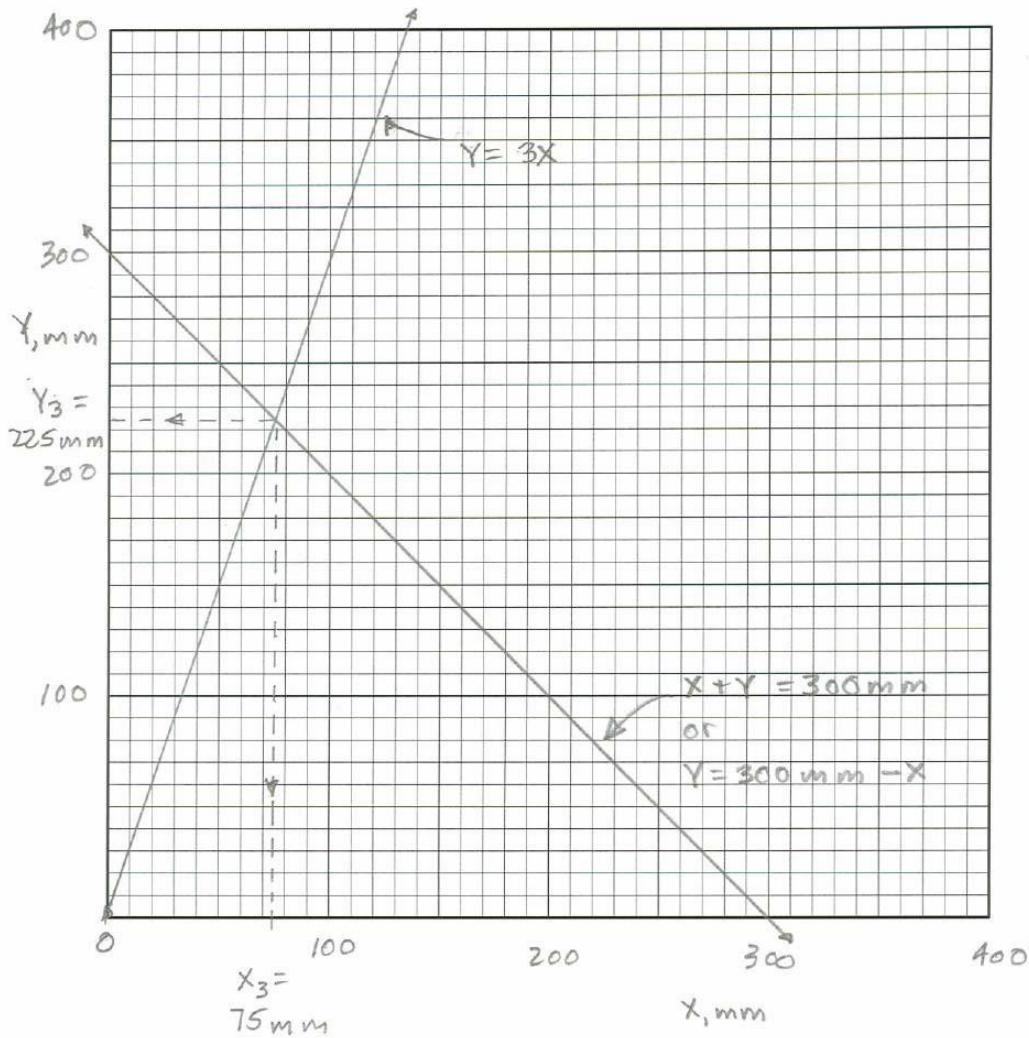
Equilibrio rotacional: Una cuestión de balance



Equilibrio rotacional: Una cuestión de balance

Para maestros:
informativas para maestrosClave de
respuestas (continuación)

◆Solución gráfica para el nivel 3



Solución gráfica para el nivel 3

Equilibrio rotacional: Una cuestión de balance

Desarrollado por IEEE como parte de TryEngineering www.tryengineering.org

© 2018 IEEE - All rights reserved.

Use of this material signifies your agreement to the [IEEE Terms and Conditions](#).

Equilibrio rotacional: Una cuestión de balance

Para maestros:
Hojas informativas para maestros **Clave de respuestas (continuación)**

◆ **Datos y resultados**

| Tabla - Resultados | | | |
|---------------------------------------|---------|---------|---------|
| | Nivel 1 | Nivel 2 | Nivel 3 |
| X vaticinada | 150 mm | 100 mm | 75 mm |
| Y vaticinada | 150 mm | 200 mm | 225 mm |
| Fuerza vaticinada, F | 2 W | 3 W | 4 W |
| Resultados con una sola moneda | | | |
| X medida | | | |
| Y medida | | | |
| Diferencia en X, % | | | |
| Diferencia en Y, % | | | |
| Resultados con dos monedas | | | |
| X medida | | | |
| Y medida | | | |
| Diferencia en X, % | | | |
| Diferencia en Y, % | | | |

Anote todas las dimensiones al milímetro entero más próximo.

Equilibrio rotacional: Una cuestión de balance

Desarrollado por IEEE como parte de TryEngineering www.tryengineering.org

© 2018 IEEE - All rights reserved.

Use of this material signifies your agreement to the [IEEE Terms and Conditions](#).

Equilibrio rotacional: Una cuestión de balance

Hoja de información para el estudiante: Conceptos y definiciones

◆ ¿Qué es un móvil?

Un "móvil" es un término acuñado en 1932 por Marcel Duchamp para describir los primeros trabajos de Alexander Calder. A comienzos de la década de 1930, Calder experimentó con esculturas que ondulaban por sí solas con las corrientes de aire. De niño, Calder construía juguetes tridimensionales de alambre. Obtuvo el título de Ingeniero Mecánico en 1919 y comenzó a aplicar la ingeniería y principios físicos a sus obras de arte. Desde un principio procuró crear esculturas colgantes de alambre y metal que posteriormente se conocieron como móviles. El movimiento resultante y el desafío al balance le agregaron una cuota de interés a su trabajo. Ahora los móviles se usan como arte decorativo en todo el mundo, y se hacen de diversos materiales. Un uso actual muy común para los móviles es estimular a los bebés en sus cunas.

◆ ¿Qué es el equilibrio rotacional?

Cuando hay un objeto en equilibrio, no hay una tendencia neta a que se mueva o cambie. Cuando no hay una fuerza neta que actúe para hacer que un objeto se mueva en línea recta, se dice que el objeto está en "equilibrio traslacional". Cuando no hay fuerza neta que actúe para hacer que un objeto gire (es decir, no hay torsión), se considera que está en "equilibrio rotacional". Se dice que un objeto en equilibrio en reposo está en equilibrio estático. Sin embargo, un estado de equilibrio no significa que no haya fuerzas que actúen en el cuerpo, significa que las fuerzas están balanceadas.

◆ Otros términos

Fuerza: Una fuerza es una influencia física que produce un cambio en un estado físico. La fuerza es igual a la masa multiplicada por la aceleración. Una fuerza también se puede definir como el empuje o el tiro.

Torsión: Una fuerza que tiende a producir rotación. La torsión equivale a la fuerza multiplicada por la distancia desde la fuerza al centro de rotación.

Equilibrio traslacional: El equilibrio traslacional implica que la suma de todas las fuerzas externas aplicadas a un objeto es cero.

Equilibrio: Un objeto en equilibrio no tiene fuerza resultante que actúe sobre él. Para que un objeto esté en estado de equilibrio debe estar tanto en estado de equilibrio traslacional como rotacional, en que la suma de todas las torsiones equivale a cero.

Equilibrio estático: El equilibrio estático existe cuando las fuerzas de todos los componentes de un sistema están balanceadas.

Vectores: Un vector es una cantidad que tiene dos aspectos. Tiene tamaño o magnitud, y además tiene dirección. Los vectores normalmente se dibujan como flechas. Tanto la fuerza como la torsión son cantidades vectoriales.

Equilibrio rotacional: Una cuestión de balance

Desarrollado por IEEE como parte de TryEngineering www.tryengineering.org

© 2018 IEEE - All rights reserved.

Use of this material signifies your agreement to the [IEEE Terms and Conditions](#).

Equilibrio rotacional: Una cuestión de balance

Hoja de información para el estudiante: Conceptos y definiciones (continuación)

Soluciones gráficas: Un método para encontrar las soluciones de un grupo de ecuaciones simultáneas que implica diagramar en un gráfico común las curvas que representan las ecuaciones en el grupo y observando los puntos que son comunes a todas las ecuaciones. Las coordenadas de estos puntos comunes o intersecciones son las soluciones del grupo de ecuaciones.

Solución por sustitución: Un método para encontrar las soluciones de un grupo de ecuaciones simultáneas usando una de las ecuaciones del grupo para definir una variable determinada en términos de todas las demás variables, y luego sustituyéndola dentro de otra ecuación del grupo. Tras una serie de tales sustituciones se obtiene una expresión que da el o los valores que satisfacen al grupo de ecuaciones para una de las variables. Dichos valores reales son sustituidos nuevamente por una o más de las ecuaciones para determinar el o los valores que satisfagan al grupo de ecuaciones para las variables restantes.

Solución por determinantes: Un método para determinar las soluciones de un grupo de ecuaciones simultáneas escribiéndolas de manera estándar y luego aplicando la fórmula de solución por determinantes. Para esta lección, las ecuaciones sólo tienen dos variables, X e Y. La forma estándar de la ecuación es:

$$\begin{aligned} a_1X + b_1Y &= c_1 \\ a_2X + b_2Y &= c_2 \end{aligned}$$

La fórmula para la solución por determinantes es:

$$X = \frac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} \quad Y = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}$$

Arte dinámico: Son obras de arte, generalmente esculturas, dotadas de elementos que se mueven. El movimiento es a veces causado por el viento, como en el caso de los

Equilibrio rotacional: Una cuestión de balance

Desarrollado por IEEE como parte de TryEngineering www.tryengineering.org

© 2018 IEEE – All rights reserved.

Use of this material signifies your agreement to the [IEEE Terms and Conditions](#).

carillones y pequeños móviles, o bien las obras pueden ser accionadas por fuentes como motores eléctricos, resortes y otros mecanismos.

Equilibrio rotacional: Una cuestión de balance

Desarrollado por IEEE como parte de TryEngineering www.tryengineering.org

© 2018 IEEE – All rights reserved.

Use of this material signifies your agreement to the [IEEE Terms and Conditions](#).

Página 21 de 27



Equilibrio rotacional: Una cuestión de balance

Hoja de trabajo para el estudiante:

◆ Materiales

- Guía de información y Hoja de trabajo para el estudiante
- Varillas livianas de 1/4 x 1/4 y 36 pulgadas, una por móvil.
- Monedas u objetos similares de peso uniforme, ocho por móvil.
- Hilo de coser o cuerda ligera.
- Material sobre la cual instalar las monedas: por ej., papel lustre, cartón o cartulina.
- Plumón.
- Cinta de celofán o pegamento.
- Tijeras.
- Regla marcada en milímetros y centímetros o una vara medidora.

◆ Paso uno: Preparar los materiales

Los miembros horizontales del móvil se hacen de varillas livianas de $\frac{1}{4}$ x $\frac{1}{4}$ de pulgada. Corta tres pedazos de treinta y un centímetros (o 310 mm) de largo. Para mayor comodidad, marca el punto central de cada miembro horizontal y, comenzando por el centro y yendo en cada dirección, marca cada centímetro y medio centímetro por toda la extensión del miembro horizontal. El espaciado entre los pesos en todos los casos será de 30 centímetros o 300 milímetros.

Haz cada peso con recortes de cartulina o cartón. Pon cinta o pegamento en una sola moneda por cada recorte. Usa sólo monedas de un centavo que hayan sido acuñadas después de 1983 para garantizar que tengan pesos uniformes. Usa cuerda ligera o hilo para suspender los recortes de los miembros horizontal.

◆ Paso dos: Predicciones del equipo

Vaticina la fuerza total, F , y la posición de los puntos de equilibrio. Antes de construir el móvil, calcula las dimensiones X_1 , Y_1 , X_2 , Y_2 , X_3 e Y_3 , y calcula las fuerzas F_1 , F_2 o F_3 en las cuerdas de soporte principales en términos de "W." Ignora el peso de los miembros horizontales de la cuerda o hilo al hacer estos cálculos preliminares. Dibuja diagramas de cuerpo libre para cada nivel y muéstrale a los demás tu trabajo. Ingresa tus cálculos en la tabla. Las soluciones para "X" e "Y" involucran una serie de dos ecuaciones simultáneas. Revisa tus respuestas para cada nivel del móvil diagramando en el papel cuadriculado suministrado la función lineal definida por cada ecuación. La solución se da por las coordenadas de la intersección de las dos líneas que representan las dos ecuaciones.

Equilibrio rotacional: Una cuestión de balance

Desarrollado por IEEE como parte de TryEngineering www.tryengineering.org

© 2018 IEEE – All rights reserved.

Use of this material signifies your agreement to the [IEEE Terms and Conditions](#).



Equilibrio rotacional: Una cuestión de balance

Hoja de trabajo para el estudiante:

◆ Paso tres: Construye tu móvil

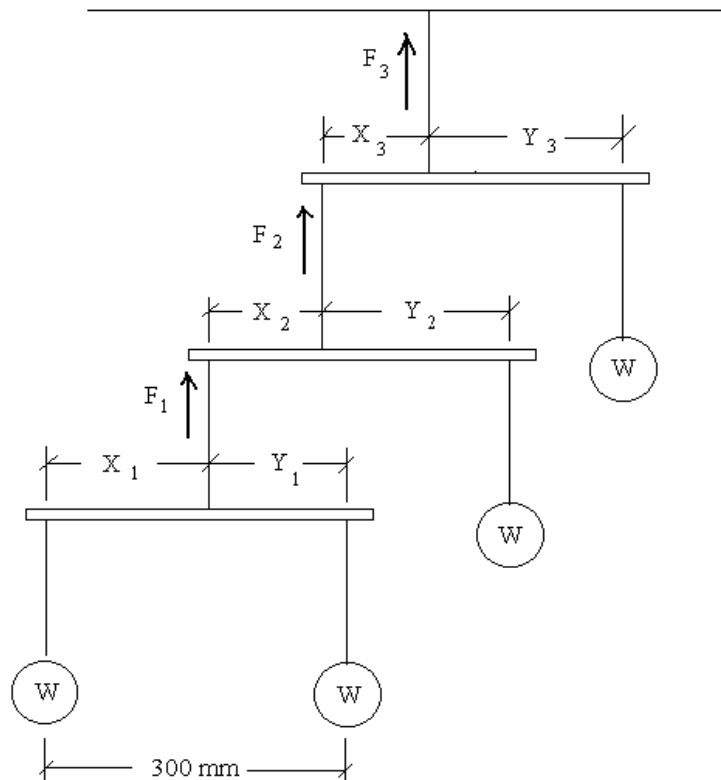
Construye el móvil y ajusta los puntos de suspensión hasta que quede balanceado.

◆ Paso cuatro: Anota los resultados reales

Mide y anota en la tabla los valores reales de las dimensiones X_1 , Y_1 , X_2 , Y_2 , X_3 e Y_3 .

◆ Paso cinco: Analiza tus resultados.

Compara los valores reales con los vaticinados de las dimensiones X_1 , Y_1 , X_2 , Y_2 , X_3 e Y_3 . Calcula las diferencias, expresadas en porcentajes de valores vaticinados, entre las mediciones medidas X_1 , Y_1 , X_2 , Y_2 , X_3 e Y_3 vaticinadas y reales. Anota todos los pasos de tus cálculos. Explica las diferencias. Esperarías que la diferencia entre las longitudes vaticinadas y las reales fuera mayor o menor si los pesos fueran mayores? Prueba tu respuesta agregando una segunda moneda a cada uno de los recortes y repitiendo tus mediciones. Anota tus nuevos resultados en la tabla.



Equilibrio rotacional: Una cuestión de balance

Desarrollado por IEEE como parte de TryEngineering www.tryengineering.org

© 2018 IEEE - All rights reserved.

Use of this material signifies your agreement to the [IEEE Terms and Conditions](#).



Equilibrio rotacional: Una cuestión de balance

Hoja de trabajo para el estudiante: (continuación)

◆ Datos y resultados

Anota todas las dimensiones al milímetro entero más próximo.

| Tabla - Resultados | | | |
|---------------------------------------|---------|---------|---------|
| | Nivel 1 | Nivel 2 | Nivel 3 |
| X vaticinada | | | |
| Y vaticinada | | | |
| Fuerza vaticinada, F | | | |
| Resultados con una sola moneda | | | |
| X medida | | | |
| Y medida | | | |
| Diferencia en X, % | | | |
| Diferencia en Y, % | | | |
| Resultados con dos monedas | | | |
| X medida | | | |
| Y medida | | | |
| Diferencia en X, % | | | |
| Diferencia en Y, % | | | |

Powered by IEEE

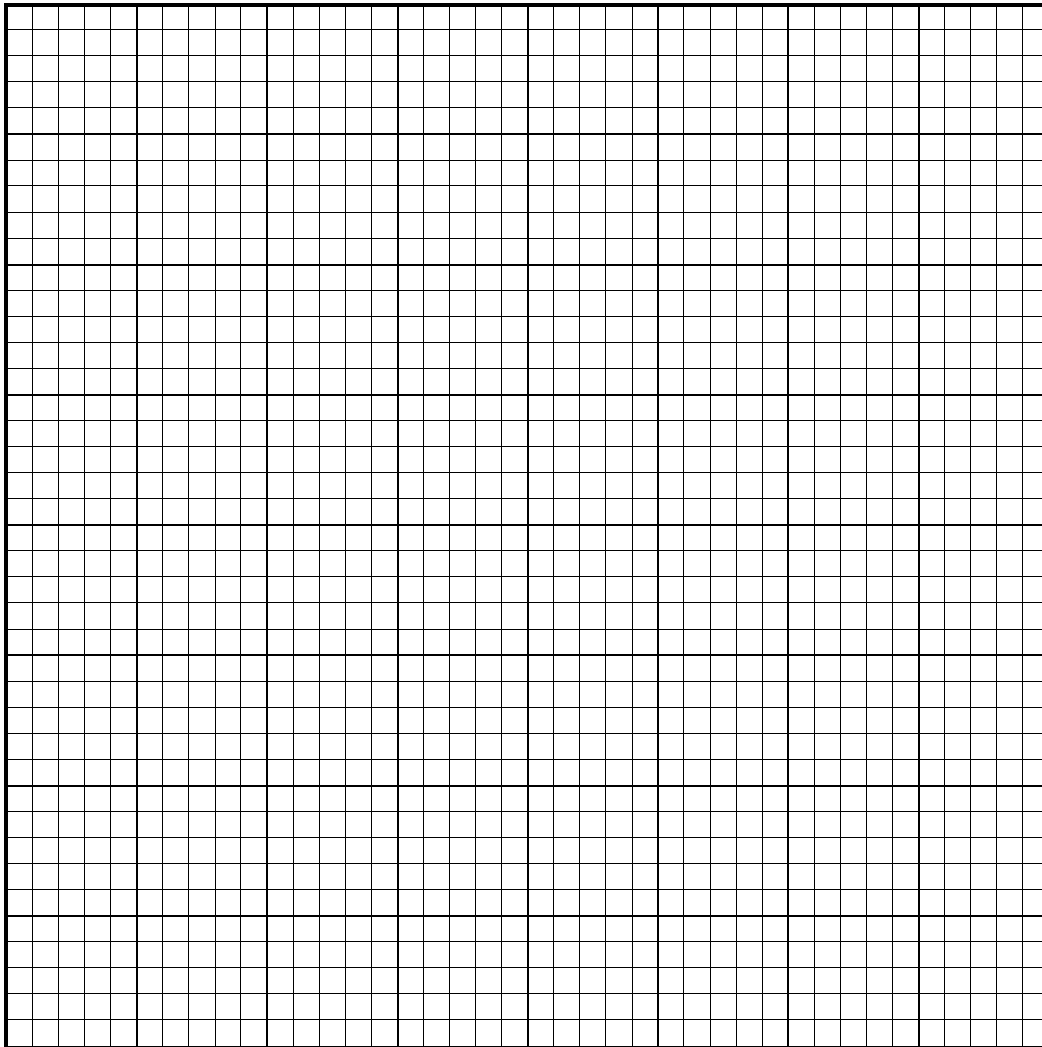


IEEE Lesson Plan:

Equilibrio rotacional: Una cuestión de balance

Hoja de trabajo para el estudiante: (continuación)

◆ Gráfico de ecuaciones para el nivel 1



Equilibrio rotacional: Una cuestión de balance

Desarrollado por IEEE como parte de TryEngineering www.tryengineering.org

© 2018 IEEE - All rights reserved.

Use of this material signifies your agreement to the [IEEE Terms and Conditions](#).

Página 26 de 27



Powered by IEEE

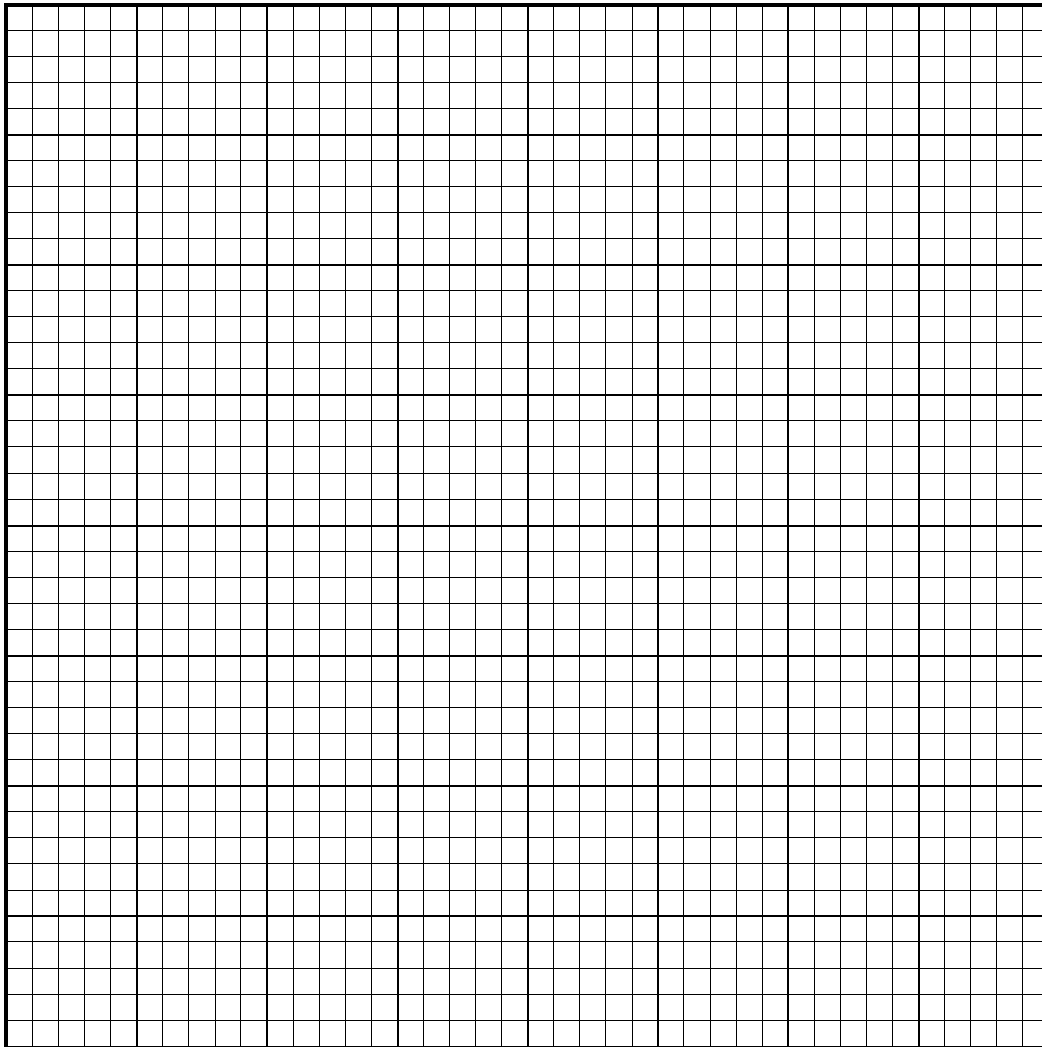


IEEE Lesson Plan:

Equilibrio rotacional: Una cuestión de balance

Hoja de trabajo para el estudiante: (continuación)

◆ Gráfico de ecuaciones para el nivel 2



Equilibrio rotacional: Una cuestión de balance

Desarrollado por IEEE como parte de TryEngineering www.tryengineering.org

© 2018 IEEE - All rights reserved.

Use of this material signifies your agreement to the [IEEE Terms and Conditions](#).

Página 27 de 27



Powered by IEEE

TRYEngineering

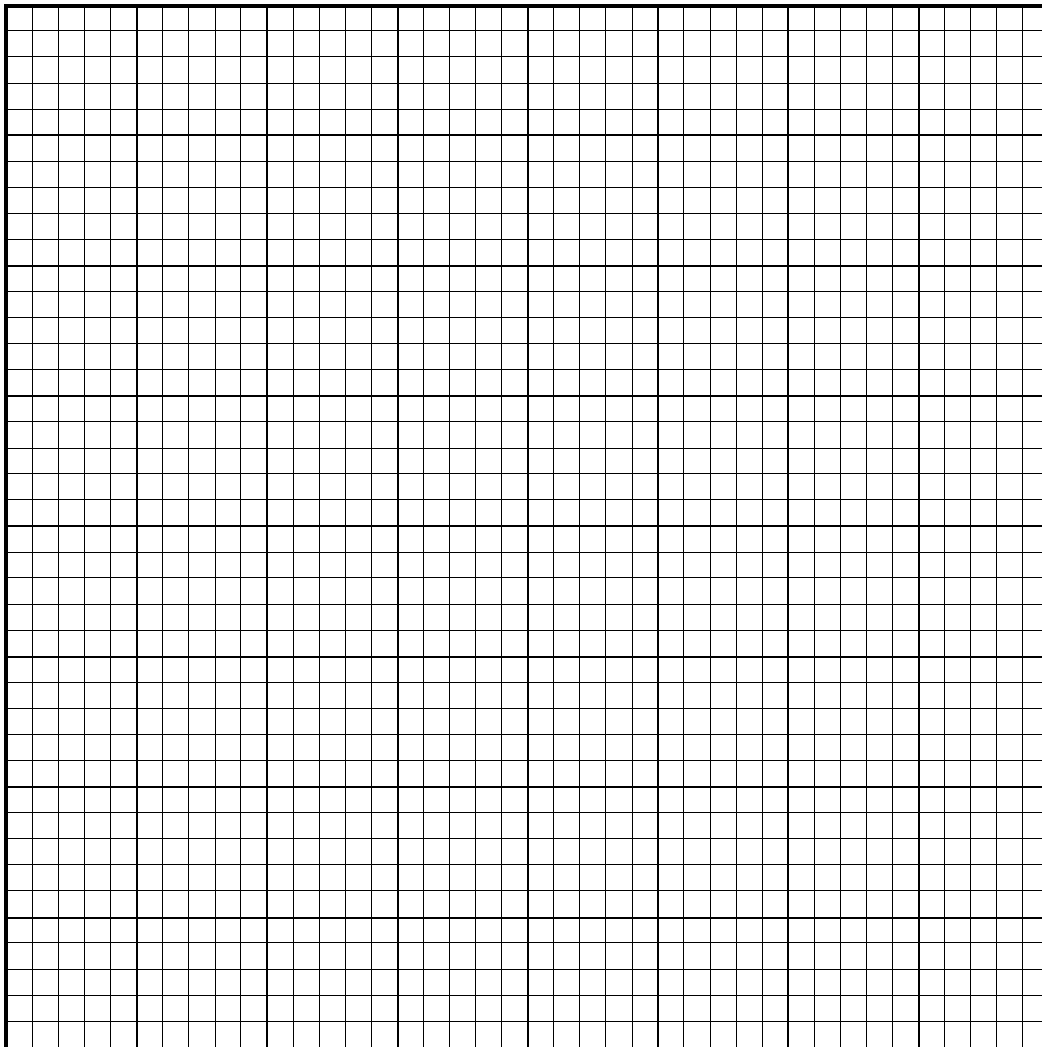


IEEE Lesson Plan:

Equilibrio rotacional: Una cuestión de balance

Hoja de trabajo para el estudiante:
(continuación)

◆Gráfico de ecuaciones para el nivel 3



Equilibrio rotacional: Una cuestión de balance

Desarrollado por IEEE como parte de TryEngineering www.tryengineering.org

© 2018 IEEE - All rights reserved.

Use of this material signifies your agreement to the [IEEE Terms and Conditions](#).

Página 28 de 27

